Módulo 1 - Diapositiva 1
Sistemas Numéricos

Universidad de Antioquia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Temas

- Conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$) y subconjuntos numéricos de $\mathbb{R}$.
- Conjunto de los números complejos ($\mathbb{C}$).

Conjunto de los Números Naturales ($\mathbb{N}$)

Los números naturales surgen de la necesidad de contar o enumerar objetos y sirven para designar el número de elementos de algunos conjuntos.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$$

$$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, ...\} = \mathbb{N} \cup \{0\}$$

Conjunto de los Números Enteros ($\mathbb{Z}$)

El conjunto de los números enteros está formado por los números naturales, $1, 2, 3, ...$, por sus inversos aditivos, $-1, -2, -3, ...$ y el cero.

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

Números Enteros ($\mathbb{Z}$)

Enteros Positivos: $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, ...\} = \mathbb{N}$

Enteros Negativos: $\mathbb{Z}^- = \{..., -3, -2, -1\}$

Enteros no Negativos: $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, ...\}$

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- \cup \{0\}$$

Conjunto de los Números Racionales ($\mathbb{Q}$)

El conjunto formado por los números que admiten una representación decimal finita o infinita periódica (pura o mixta), es llamado conjunto de los números racionales y es denotado por $\mathbb{Q}$.

Ejemplos

$$\frac{1}{2} = 0{,}5 \qquad \frac{11}{3} = 3{,}66\ldots \qquad \frac{2}{27} = 0{,}074074\ldots$$

Números Racionales ($\mathbb{Q}$)

Note que el conjunto de los números racionales está formado por aquellos números que se pueden representar como el cociente de dos enteros $\frac{p}{q}$ con $q \neq 0$, es decir:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}.$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Conjunto de los Números Irracionales ($\mathbb{Q}^*$)

El conjunto formado por los números cuya representación decimal es infinita y no periódica, es llamado conjunto de los números irracionales y es denotado por $\mathbb{Q}^*$.

Note que los números irracionales no se pueden escribir de la forma $\frac{p}{q}$, con p y q enteros y $q \neq 0$.

Números Irracionales ($\mathbb{Q}^*$)

Ejemplos de números irracionales

1. $e = 2,7182818284...$ (base del logaritmo natural).
2. $\pi = 3,1415926535...$ (la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro).
3. $\sqrt{2} = 1{,}414213...$ (la diagonal de un cuadrado de lado 1).

El Conjunto de los Números Reales ($\mathbb{R}$)

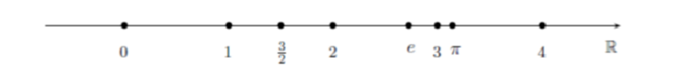
El conjunto de los números reales está constituido por todos los números racionales e irracionales. Así,

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^* \quad \text{con} \quad \mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}^* = \phi$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \quad \text{y} \quad \mathbb{Q}^* \subset \mathbb{R}$$

Recta real

Los números reales los podemos considerar como puntos sobre una recta infinita



Conjunto de los Números Complejos ($\mathbb{C}$)

El conjunto de los números complejos puede definirse a partir del conjunto de los números reales y la unidad imaginaria i que cumple que $i^2 = -1$ y se representan así:

$$\mathbb{C} = \left\{ x + yi : x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1 \right\}.$$

Note que:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C} \quad \text{y} \quad \mathbb{Q}^* \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

Ejemplo:

Completar la siguiente tabla indicando si el número pertenece o no al conjunto dado:

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}^+$	$\mathbb{Z}^-$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Q}^*$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{C}$
$\frac{10}{5}$	✓	✓	x	✓	✓	x	✓	✓
$-\frac{1}{5}$								
0				✓				
-7								
$2{,}7$								
$0{,}033$								
$\frac{1}{0{,}5}$	✓							
10^{-2}								
$\sqrt{4}$					✓	x		
$\sqrt{2}$						✓		

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}^+$	$\mathbb{Z}^-$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Q}^*$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{C}$
π						✓		
e								
$\sqrt{-4}$					x			
$\sqrt[3]{-8}$								
i								
i^4	✓							✓
i^5							x	
$2-3i$								
$-4i$								
$\sqrt{-9}i$				✓		x		

Referencias

Sullivan, M. *Álgebra y Trigonometría*, 7^a Edición. Editorial Pearson Prentice Hall, 2006.

Swokowski, E.W. Cole, J.A. *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica* 13^a Edición. Editorial Cengage Learning, 2011

Zill, D. G. Dewar, J. M. *Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica*, 3^a Edición. Editorial McGraw-Hill, 2012.