Módulo 1 - Diapositiva 6
Ecuaciones Lineales y Cuadráticas en $\mathbb{R}$

Universidad de Antioquia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Temas

- Ecuaciones lineales y cuadráticas en $\mathbb{R}$
- Ecuación cuadrática en $\mathbb{R}$ y discriminante.

Ecuaciones lineales y cuadráticas

Ecuación

Igualdad entre dos expresiones algebraicas que involucra una o varias cantidades desconocidas llamadas incógnitas.

Solución o raíz de la ecuación

Valor de la incógnita que verifica la igualdad

Ecuaciones lineales y cuadráticas

Un problema registrado en una antigua tablilla Babilónica dice:

“ *Un anciano dejó al morir* 65 *monedas de oro, que debían repartirse entre sus* 5 *hijos de modo que cada uno recibiera* 3 *monedas menos que el hermano que le antecede* ”

Para resolver situaciones como la planteada, es posible escribir una ecuación que de solución a dicha situación (modelar el problema).

Ecuaciones lineales y cuadráticas

Ecuación lineal

$$ax + b = 0, \;\; a \neq 0$$

Ejemplos

1. $x = -7$ es solución de la ecuación lineal $5x + 3 = -25 + x$ ya que este valor verifica la igualdad.
2. Para la ecuación $3 - \frac{1}{2}x = 2x - 7$ tenemos que

$$3 + 7 = 2x + \frac{1}{2}x \quad \text{por tanto} \quad 10 = \frac{5}{2}x$$

de donde tenemos que $x = 4$ es la solución de la ecuación inicial.

Ecuaciones lineales y cuadráticas

Ecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0, \ \ a \neq 0$$

Soluciones:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo

Las soluciones de la ecuación $4x^2 - 9x + 2$ son

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(4)(2)}}{2(4)} = \frac{9 \pm 7}{8}$$

es decir $x = 2$ y $x = \frac{1}{4}$

Ecuación Cuadrática

Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$ la ecuación tiene dos soluciones reales y distintas.
- Si $\Delta = 0$ la ecuación tiene una única solución real.
- Si $\Delta < 0$ la ecuación no tiene soluciones reales.

Ejemplo

Las ecuación anterior $4x^2 - 9x + 2$ tiene discriminante

$$\Delta = (-9)^2 - 4(4)(2) = 49 > 0$$

por tanto tiene dos soluciones reales y diferentes.

Ecuaciones lineales y cuadráticas

Ejemplos:

1. El discriminante de la ecuación $4x^2 - 12x + 9 = 0$ es
$$\Delta = (-12)^2 - 4(4)(9) = 0,$$
por tanto la ecuación tiene una única solución real que es $x = \frac{3}{2}$.

2. El discriminante de la ecuación $x^2 + x - 2 = 0$ es
$$\Delta = (1)^2 - 4(1)(-2) = 9 > 0,$$
por tanto la ecuación tiene dos soluciones reales diferentes que son $x = -2$ y $x = 1$.

3. El discriminante de la ecuación $x^2 + 2x + 2 = 0$ es
$$\Delta = (2)^2 - 4(1)(2) = -4 < 0,$$
por tanto la ecuación no tiene soluciones reales.

Ecuaciones lineales y cuadráticas

Ejemplo 1.

La suma de tres enteros consecutivos es 27. Determine el mayor de dichos números.

La ecuación lineal que modela este problema es

$$x + (x - 1) + (x - 2) = 27$$

con x representando el mayor de los números, así

$$3x - 3 = 27$$

cuya solución es $x = 10$, es decir el mayor de los números es 10 y los otros dos son 9 y 8.

Ecuaciones lineales y cuadráticas

Ejemplo 2.

Un lote rectangular es 8 metros más largo que ancho y tiene un área de 2900 metros cuadrados. Hallar las dimensiones del lote.

Si representamos el ancho por x, entonces el largo será $x + 8$, con lo cual la ecuación cuadrática que modela este problema es

$$x(x + 8) = 2900,$$

es decir la ecuación

$$x^2 + 8x - 2900 = 0$$

cuyas soluciones son $x = 50$ y $x = -58$. Dado que x es una medida de longitud, esta no puede ser una cantidad negativa, por tanto la solución al problema es $x = 50$, es decir el terreno tiene 50 metros de ancho por 58 metros de largo.

Referencias

Sullivan, M. *Álgebra y Trigonometría*, 7^a Edición. Editorial Pearson Prentice Hall, 2006.

Swokowski, E.W. Cole, J.A. *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica* 13^a Edición. Editorial Cengage Learning, 2011

Zill, D. G. Dewar, J. M. *Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica*, 3^a Edición. Editorial McGraw-Hill, 2012.