



I. Ejercicios:

- A. 1. Para las siguientes funciones determine su dominio y si ellas son o no inyectivas. En caso de no ser inyectiva ¿es posible restringir su dominio para que si lo sea?. Asuma que el codominio de ellas es \mathbb{R} , determine el rango y si ellas son o no sobreyectivas. En caso de no ser sobreyectivas ¿es posible restringir su codominio para que ellas lo sean?.

a) $f(x) = \sqrt{4-x}$

c) $h(x) = \frac{1}{x^2}$

b) $g(x) = -x^3 + 1$

d) $k(x) = x^3 + x^2$

2. Para cada una de las siguientes funciones determine si ellas son o no biyectivas.

a) $f(x) = -6$

c) $h(x) = \sqrt{4-x}$, si $\text{codom}(h) = [0, \infty)$

b) $g(x) = -x^3 + x$

- B. 1. En los siguientes problemas verifique, utilizando la composición de funciones, si f y g son inversas una de la otra.

a) $f(x) = 4x - 7$ y $g(x) = \frac{x}{4} + 7$

b) $f(x) = x^3 - \pi$ y $g(x) = \sqrt[3]{x + \pi}$

2. Para cada una de las siguientes funciones encuentre su dominio y rango, asuma que el codominio es el rango encontrado, y determine la inversa de cada una de ellas. Grafique la función y su inversa en el mismo plano.

a) $f(x) = -\sqrt{x-2}$

c) $h(x) = 2x^2 - 4$, con $x \in \mathbb{R}^- \cup \{0\}$

b) $g(x) = \frac{1}{x}$

II. Ejercicios complementarios:

- A. 1. Para cada una de las siguientes funciones determine su dominio y si ellas son o no inyectivas. En caso de no ser inyectiva ¿es posible restringir su dominio para que si lo sea?. Asuma que el codominio de ellas es \mathbb{R} , determine el rango y si ellas son o no sobreyectivas. En caso de no ser sobreyectivas ¿es posible restringir su codominio para que ellas lo sean?.

a) $f(x) = \sqrt{-x}$

c) $h(x) = \frac{2x-1}{x}$

b) $g(x) = 2x^2 - 4$

d) $k(x) = x^3 - 2x$

2. Para las siguientes funciones, determine si ellas son o no biyectivas.

a) $f(x) = 2x^2 - 4$ si $\text{dom}(f) = (-\infty, 0]$ y $\text{codom}(f) = [-4, \infty)$

b) $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ si $\text{dom}(g) = (-\infty, -2]$ y $\text{codom}(g) = [0, \infty)$

- B. 1. En los siguientes problemas verifique, utilizando la composición de funciones, si f y g son inversas una de la otra.

a) $f(x) = \frac{2x - 3}{4}$ y $g(x) = 4(2x + 3)$

b) $f(x) = \frac{3x + 5}{1 - 2x}$ y $g(x) = \frac{x - 5}{2x + 3}$

2. Para cada una de las siguientes funciones encuentre su dominio y rango, asuma que el codominio es el rango encontrado y determine la inversa de cada una de ellas. Grafique la función y su inversa en el mismo plano.

a) $f(x) = \frac{1}{x - 2}$

c) $h(x) = \frac{x^2 - 4}{2x^2}$, con $x > 0$

b) $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$

- III. Autoevaluación del taller: (tiempo sugerido para su solución: 20 minutos).

Sea $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$, para $0 \leq x \leq r$.

1. Demuestre que la función f es biyectiva (suponga que su codominio es igual a su imagen).
2. Determine la función f^{-1} e indique su dominio e imagen.
3. Grafique en el mismo plano cartesiano las funciones f y f^{-1} .
4. Calcule $f \circ f^{-1}$ y $f^{-1} \circ f$.