UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS
MATEMÁTICAS BÁSICAS (303-118)
EJERCICIOS SEMANA # 8 - DIAPOSITIVA 15.

I. Ejercicios:

A. 1. Para las siguentes funciones determine su dominio, imagen (cuando sea posible) e interceptos con los ejes. Realice una tabla de valores y grafique cada una de ellas.

a) $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x$

b) $g(x) = 3^x - 3^{-x}$

c) $h(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$

d) $k(x) = \ln|x-1|$

2. Grafique las funciones indicadas utilizando las transformaciones necesarias (traslaciones, alargamiento y/o encogimientos horizontales y/o verticales).

a) $f(x) = 3^{-x+1} - 1$

b) $g(x) = 1 - \log(x+3)$

3. Utilizando la composición de funciones determine para la función $f(x) = \ln(e+x)$ cuál de las dos siguientes funciones es su función inversa: $g(x) = e^{e+x}$ ó $h(x) = e^x - e$.

B. 1. La temperatura con la que un objeto se enfría o se calienta en un determinado tiempo t (horas) está dada por:

$$T(t) = 70 + ce^{kt},$$

Donde $70°F$ es la temperatura del ambiente y la constante c es la diferencia entre la temperatura inicial (para un tiempo $t = 0$) y la temperatura del ambiente. Si un objeto se saca de un horno a $262°F$ y se deja enfriar en una habitación hasta que la temperatura descienda a $114°F$, el tiempo transcurrido es de una hora. Determine las constantes c y k correspondientes a la información anterior y luego determine la temperatura de este objeto dos horas después de que se sacó del horno.

2. La relación de Ehrenberg

$$\ln(W) = \ln(2{,}4) + (1{,}84)h,$$

es una fórmula empírica que relaciona la estatura (en metros) con el peso promedio W (en kilogramos) para niños de 5 a 13 años de edad. Exprese W como función de h que no contenga ln y estime el peso promedio de un niño de 8 años de edad que mide 1,5 metros de estatura.

II. Ejercicios complementarios:

A. 1. Para las siguentes funciones determine su dominio e interceptos con los ejes, realice una tabla de valores y grafique cada una de ellas y a partir de su gráfica determine su imagen.

a) $f(x) = 2^{|x|}$

b) $g(x) = 3^{\sqrt{x}}$

c) $h(x) = \log(\sqrt{x})$

d) $t(x) = \log|x|$

2. Grafique las funciones indicadas utilizando las transformaciones necesarias (traslaciones, alargamiento y/o encogimientos horizontales y/o verticales).

   a) $f(x) = -2e^{x+1}$ b) $g(x) = \log(-x) + 3$

3. Utilizando la composición de funciones determine para la función $f(x) = e^{x-e}$ cuál de las dos siguientes funciones es su función inversa: $g(x) = \ln(x - e)$ ó $h(x) = e + \ln(x)$.

B. 1. Una población de aves, cuenta inicialmente con 50 individuos y se triplica cada año. Determine la función que representa la población total de aves $A(t)$ en el tiempo t. Utilice la función anterior para determinar la cantidad de aves después de 4 años. ¿Después de cuanto tiempo la población de aves será de 1350 individuos?

2. El crecimiento de un bosque viene dado por la función $F(t) = A(1 + i)^t$ donde F es la madera que habrá dentro de t años, A la madera actual, e i la tasa de crecimiento anual. Si la tasa de crecimiento anual $i = 0{,}02$ y se mantiene constante, calcule el tiempo que tardará en duplicarse la madera del bosque.

3. El crecimiento de una población de bacterias viene dado por $b(t) = (10)2^t$, donde t representa tiempo en horas y $b(t)$ la población de bacterias en el tiempo t.
   a) Determine el número de bacterias al cabo de 4 horas.
   b) Determine la función $b^{-1}(t)$ y explique lo que ella representa.
   c) Determine la cantidad de horas necesarias para que hayan un millón de bacterias.

III. Autoevaluación del taller: (tiempo sugerido para su solución: 30 minutos).

1. *a*) Para la función $f(x) = 2^{-x+1}$ determine su dominio e imagen.

   b) Determine f^{-1} indicando su dominio e imagen.

   c) Grafique f y f^{-1} en el mismo plano cartesiano.

2. En la escala Richter, la magnitud R de un terremoto de intensidad I está dada por

$$R = \log \frac{I}{I_0}$$

   donde I_0 es cierta intensidad mínima.

   a) Si la intensidad de un terremoto es de $1000I_0$, determine R.

   b) Exprese I en téminos de R y de I_0.