



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS
MATEMÁTICAS BÁSICAS (303-118)
EJERCICIOS SEMANA # 10- DIAPOSITIVA 18.

I. Ejercicios:

A. 1. Utilice el *teorema del factor* para probar que el primer polinomio es un factor del segundo.

a) $x + 1$, $P(x) = x^{2018} - 1$

b) $x - 6$, $Q(x) = x^3 - 6x^2 + x - 6$

2. Utilice el *teorema del residuo* para encontrar el residuo de dividir el polinomio $f(x)$ entre el polinomio $q(x)$. Luego compruebe la respuesta usando división sintética.

a) $f(x) = x^3 - 2x - 1$; $q(x) = x + 1$

b) $f(x) = 2x^4 - 2x^2 - x + 2$; $q(x) = x - 2$

3. Hallar un polinomio de grado 2 que tenga por coeficiente principal 1, que se anule para $x = 3$ y que el residuo de su división entre $x - 5$ sea 4.

B. 1. Encuentre un polinomio con coeficientes reales con el grado y las raíces indicadas

a) Grado 5; raíces: 1; $-i$ y $1 + i$

b) Grado 4; raíces: 3 (de multiplicidad 2) y $1 - i$

2. Explique por que los hechos dados son contradictorios

a) $f(x)$ es un polinomio de grado 3 cuyos coeficientes son números reales y sus raíces son $2 - i$, $2 + i$ y $-2 - i$.

b) $f(x)$ es un polinomio de grado 4 cuyos coeficientes son números enteros y sus raíces son $3 - i$, $3 + i$, -2 y $1 - \sqrt{2}$.

3. Encuentre todas las raíces racionales de cada función polinomial

a) $h(x) = 2x^4 - 11x^3 + 11x^2 + 15x - 9$

b) $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 6$

II. Ejercicios complementarios:

A. 1 Sea $f(x)$ es un polinomio de grado 4 cuyos coeficientes son números reales y dos de sus raíces son -3 y $4 - i$. Explique por qué una de las raíces restantes debe ser un número real.

2 Encuentre a, b, c y d tales que 1 sea una raíz doble de

$$P(x) = x^4 + (a + 1)x^3 + (a + b)x^2 + (b - 1)x + 1.$$

3 El polinomio $p(x) = x^3 - ix^2 + 2ix + 2$ tiene el número complejo i como raíz, pero el conjugado $-i$ de i no es raíz de $p(x)$. ¿Por qué este resultado no contradice el teorema sobre raíces conjugadas de un polinomio?

4 Encuentre todas las raíces racionales de la función polinomial

$$f(x) = \frac{1}{6}x^4 - \frac{9}{12}x^3 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{39}{12}x - \frac{3}{2}$$

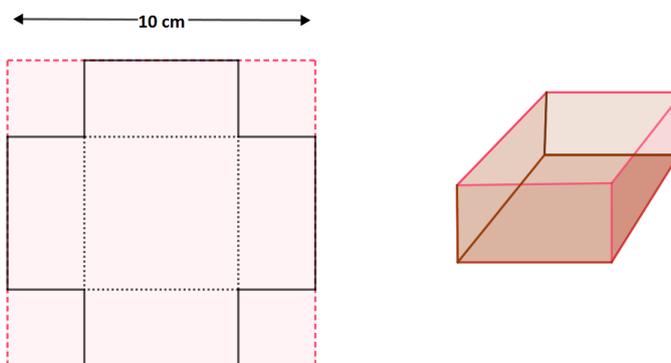
5 Resuelve para x la ecuación polinomial $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$, indicando la multiplicidad de cada solución a la ecuación.

6 Determine el grado mínimo del polinomio que tiene como raíces a 2 , $1 + \sqrt{3}$ y $1 - i$ si:

- 1) Sus coeficientes son enteros.
- 2) Sus coeficientes son reales.
- 3) Sus coeficientes son complejos.

7 ¿Es posible determinar, usando división sintética, si $x^2 - 1$ es un factor de $x^5 + 4x^4 - x^3 - 6x^2 + 2$?

- B.
1. Un tanque de almacenamiento para gas se va a construir con forma de cilindro circular recto de 10 metros de altura, con una semiesfera unida en cada extremo. Determine el radio x para que el volumen resultante sea $27\pi m^3$.
 2. Se va a construir una caja sin tapa a partir de una pieza cuadrada de cartón, cortando piezas cuadradas en cada esquina, y después doblando los lados hacia arriba (ver figura). La longitud de cada lado del cartón es 10 cm. Calcule la longitud del lado de los cuadrados que se quitaron en las esquinas, si el volumen de la caja debe ser 48 cm^3 .



III. Autoevaluación del taller: (tiempo sugerido para su solución: 15 minutos).

Factorice completamente (como producto de factores lineales) el polinomio:

$$f(x) = 2x^4 - 9x^3 + 16x^2 - 14x + 4$$