I. Ejercicios

1. Encuentre el valor exacto de cada expresión.

   *a*) $\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

   *b*) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

   *c*) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

   *d*) $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

2. Encuentre el valor exacto de cada expresión.

   *a*) $\cos^{-1}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]$

   *b*) $\cos^{-1}\left[\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right]$

   *c*) $\operatorname{sen}^{-1}\left[\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right]$

   *d*) $\tan^{-1}\left[\tan\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right]$

3. Demuestre que
$$\operatorname{sen}(\tan^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$$

4. Simplifique las siguientes expresiones.

   *a*) $\dfrac{9-\tan^2\,\theta}{\tan^2\,\theta - 5\tan\,\theta + 6}$

   *b*) $\dfrac{(\operatorname{sen}\theta+\cos\theta)(\operatorname{sen}\theta+\cos\theta)-1}{\operatorname{sen}\theta\cos\theta}$

5. Demuestre las siguientes identidades.

   *a*) $(1+\cos\,2\theta)(1-\cos\,2\theta) = \operatorname{sen}^2\,2\theta$

   *b*) $(\sec\,t+\tan\,t)^2 = \dfrac{1+\operatorname{sen}\,t}{1-\operatorname{sen}\,t}$

   *c*) $\dfrac{1+\cos\,3t}{\operatorname{sen}\,3t} + \dfrac{\operatorname{sen}\,3t}{1+\cos\,3t} = 2\csc\,3t$

   *d*) $\csc^4\,\theta - \cot^4\,\theta = \csc^2\,\theta + \cot^2\,\theta$

6. Resuelva las ecuaciones trigonométricas en los reales

   *a*) $\cos x + 1 = 2\operatorname{sen}^2 x$

   *b*) $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$

   *c*) $\cos(2x) + \sin^2 x = 1$

   *d*) $8 - 12\operatorname{sen}^2\theta = 4\cos^2\theta$

   *e*) $\tan^4\theta - 2\sec^2\theta = -3$

   *f*) $\operatorname{sen} x + \sqrt{\operatorname{sen} x} = 0$

7. Usando las fómulas de suma o resta (o fórmulas de suma a producto), resuelva la ecuación
$$\operatorname{sen}\,3x + \operatorname{sen}\,x = 0$$
en el intervalo $[0, 2\pi)$.

II. Ejercicios complementarios:

1. Encuentre el valor exacto de cada expresión.

   *a*) $\cos\left[\tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right) - \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)\right]$

   *b*) $\tan\left[\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{8}{17}\right)\right]$

2. Escriba la expresión como una expresión algebraica para $x$.

   *a*) $\operatorname{sen}(2\operatorname{sen}^{-1} x)$

   *b*) $\cot\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2-9}}{x}\right)\right)$

   *c*) $\cos\left(\frac{1}{2}\arccos x\right)$

3. Demuestre que las siguientes ecuaciones no son identidades.

   *a*) $\cos\, t = \sqrt{1-\operatorname{sen}^2\, t}$

   *b*) $\sqrt{\operatorname{sen}^2\, t+\cos^2\, t} = \operatorname{sen}\, t+\cos\, t$

   *c*) $(\operatorname{sen}\, t+\cos\, t)^2 = \operatorname{sen}^2\, t+\cos^2\, t$

   *d*) $\cos(\sec\, t) = 1$

4. Demuestre las siguientes identidades.

   *a*) $(1+\operatorname{sen}\,\theta)(1-\operatorname{sen}\,\theta) = \dfrac{1}{\sec^2\,\theta}$

   *b*) $\dfrac{\cot(-t)+\tan(-t)}{\cot\, t} = -\sec^2\, t$

   *c*) $\ln|\sec\theta+\tan\theta| = -\ln|\sec\theta-\tan\theta|$

   *d*) $\dfrac{\sec\theta-\csc\theta}{\sec\theta+\csc\theta} = \dfrac{\tan\theta-1}{\tan\theta+1}$

5. Resuelva las ecuaciones trigonométricas en los dominios indicados.

   *a*) $2\tan^2 x-\tan x = 0\,,\ x\in[0,2\pi)$

   *b*) $3\cos\theta+3 = 2\operatorname{sen}^2\theta,\ x\in(-\pi,\pi)$

   *c*) $\cos\dfrac{x}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2},\ x\in[0,2\pi)$

   *d*) $\cos 2x+\cos 3x = 0\,,\ x\in(-\pi,\pi)$

   *e*) $\cot\alpha+\tan\alpha = \csc\alpha\sec\alpha,\ \alpha\in[0,2\pi)$

   *f*) $\tan x+3\cot x = 4\,,\ x\in[0,2\pi)$



III. Autoevaluación del taller: (tiempo sugerido para su solución: 20 minutos).

1. Hallar las soluciones de la ecuación, que estén en el intervalo $[0,2\pi)$.

$$2\tan u\csc u+2\csc u+\tan u+1 = 0$$

2. Demuestre la identidad

$$\frac{1}{1-\cos\,\gamma}+\frac{1}{1+\cos\,\gamma} = 2\csc^2\,\gamma$$