Universidad de Antioquia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Instituto de Matemáticas
Matemáticas Básicas (303-118)
Ejercicios Semana # 9 - Diapositivas 16 y 17.

I. Ejercicios:

A. 1. Cambie a forma exponencial o logarítmica, según el caso.

a) $5^{7t} = \dfrac{r+s}{r}$ b) $9^{5+2z} = x$ c) $\log_2 y = 3x + 4$

2. Resuelva para x las siguientes ecuaciones.

a) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{8-x} = 2$

b) $27^{x-1} = 9^{2x-3}$

c) $e^{x^2} = e^{7x-12}$

d) $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-4} = 363$

e) $-x^2e^{-x} + 2xe^{-x} = 0$

f) $x^2(2e^{2x}) + 2xe^{2x} + e^{2x} + 2xe^{2x} = 0$

3. Resuelva para x las siguientes ecuaciones.

a) $\log_3(9^{x-1}) = -2 + \log_3(3^{x+1} + 4)$

b) $\dfrac{1}{5 - \log x} + \dfrac{1}{\log x} = 1$

c) $x^{\log x} = 100x$

d) $\sqrt{\log x} = \log \sqrt{x}$

e) $\log x^3 - \dfrac{12}{\log x} = -5$

f) $\log_9 \sqrt{10x+5} - \dfrac{1}{2} = \log_9 \sqrt{x+1}$

4. El crecimiento de un bosque viene dado por la función $F(t) = A(1+i)^t$ donde F es la madera que habrá dentro de t años, A la madera actual, e i la tasa de crecimiento anual. Si la tasa de crecimiento anual $i = 0.02$ y se mantiene constante, determine el tiempo que tardará en duplicarse la madera del bosque.

5. La energía $E(x)$ de un electrón después de pasar por un material de grosor x, está dado por la ecuación $E(x) = E_0e^{-x/x_0}$, donde E_0 es la energía inicial y x_0 es la longitud de onda de la radiación.

a) Exprese en términos de E_0, la energía de un electrón después de pasar por un material de grosor x_0.

b) Exprese en términos de x_0, el grosor al que el electrón pierde el 99 % de su energía inicial.

B. 1. En cada numeral use *división sintética* para hallar el cociente y el residuo al dividir el polinomio $f(x)$ entre el polinomio $g(x)$ dado.

a) $f(x) = 3x^2 - 2x - 4$; por $g(x) = x - 3$

b) $f(x) = 4x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x - 1$; por $g(x) = x + \frac{1}{2}$

2. ¿Cómo se puede saber que $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 5 = 0$, tiene al menos una raíz real entre 1 y 2?.

II. Ejercicios complementarios:

A. 1 Resuelva para x las siguientes ecuaciones.

a) $4^x \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{3-x} = 8 \cdot (2^x)^2$

b) $\log_x 4 - 1 = \log_2 x$
[Sug: Convertir a $\log_2$]

c) $(e^2)^{x^2} - \dfrac{1}{e^{5x+3}} = 0$

d) $\sqrt{3}(100^{\log x} + 1) = 4(10^{\log x})$

e) $(0,4)^{1+\log^2 x} = (6,25)^{2-\log x^3}$
[Sug: Note que $0.4 = 2/5$ y $6.25 = (5/2)^2$]

f) $(\sqrt{x})^x = (x)^{\sqrt{x}}$

2 La temperatura T de un objeto después de un período de tiempo t es

$$T = T_a + (T_0 - T_a)e^{-\frac{1}{2}t}$$

donde T_0 es la temperatura inicial y T_a es la temperatura del ambiente. Hallar t para el cual $T = \frac{T_0+T_a}{2}$.

3 La vida media del potasio radioactivo es de 1300 millones de años. Si se tienen 10 gramos ahora, ¿Cuánto se tendrá en 100 años? ¿Y en 1000 años? [Sug: La cantidad A de material radiactivo presente en el tiempo t esta dado por $A(t) = A_0 e^{kt}$, donde A_0 es la cantidad original del material.]

B. 1. Use el teorema del valor intermedio para demostrar que f tiene una raíz (cero) en el intervalo dado.
a) $f(x) = 8x^4 - 2x^2 + 5x - 1$; $[0,1]$
b) $f(x) = 3x^3 - 10x + 9$; $[-3,-2]$

2. Hallar el cociente y el residuo de dividir el polinomio $P(x) = x^3 - 2x + 1$ entre $Q(x) = x^2 + 2$.

III. Autoevaluación del taller: (tiempo sugerido para su solución: 30 minutos).

1. Resuelva para x las siguientes ecuaciones.

a) $\dfrac{\log(\sqrt{x+1}+1)}{\log \sqrt[3]{x-40}} = 3$

b) $10^{2x} - 103(10)^x + 300 = 0$

2. La altura h (en pies) de un árbol de edad t (en años) está dada por

$$h = \frac{120}{1 + 200e^{-0.2t}}$$

a) Encuentre la altura h del árbol a los 10 años.

b) ¿A qué edad el árbol medirá 50 pies?